

**Aufgabe 7.1** Finden Sie die Ableitung von

- |                              |                               |                         |                             |
|------------------------------|-------------------------------|-------------------------|-----------------------------|
| a) $4x^4 - 3x^2 + 2$ ,       | e) $\sqrt{x^2 + x}$ ,         | i) $x^2 e^{-x}$ ,       | m) $\frac{x}{x+1}$ ,        |
| b) $x\sqrt{x}$               | f) $x \cdot \sin x$ ,         | j) $\tan(2x - 4)$ ,     | n) $\frac{x}{x^2 + 1}$ ,    |
| c) $\sqrt{x^7}$ ,            | g) $\sqrt{x+1} \cdot \ln x$ , | k) $\arctan \sqrt{x}$ , | o) $\frac{\ln x}{\sin x}$ . |
| d) $\frac{5\sqrt{x}}{x^5}$ , | h) $x \cdot \ln(\sin x)$ ,    | l) $e^{1+\sqrt{x}}$ ,   |                             |

**Aufgabe 7.2** Für welche  $x$  sind die Funktionen definiert, aber nicht differenzierbar? (Machen Sie auch eine Skizze.)

- a)  $|x - 1|$ , b)  $|\ln(x - 1)|$ , c)  $\sin |x|$ , d)  $\ln(1 + \sqrt{x})$ , e)  $|x^2 - 1|$ , f)  $e^{|x|}$ , g)  $|\sin x|$ .

**Aufgabe 7.3** Berechnen Sie die ersten und die zweiten Ableitungen

- |                        |                     |                  |                         |
|------------------------|---------------------|------------------|-------------------------|
| a) $\sqrt{x+1}$ ,      | c) $\ln(x^2 + 1)$ , | e) $\tan x$ ,    | g) $\frac{\sin x}{x}$ , |
| b) $\frac{x-1}{x+1}$ , | d) $x^2 \cos 2x$ ,  | f) $\arctan x$ , | h) $\sin^2 x$ .         |

**Aufgabe 7.4** Finden Sie die Vorschrift für  $f^{(n)}(x)$  und berechnen Sie  $f^{(10)}(x)$ :

- a)  $e^{-x}$ , b)  $e^{2x}$ , c)  $\frac{1}{1+x}$ , d)  $xe^{-x}$ , e)  $x^{10}$ .

**Aufgabe 7.5** Bestimmen Sie die Intervalle der Monotonie und skizzieren Sie

- a)  $x^3 + 1$ , b)  $x^3 + x$ , c)  $\frac{1}{x^2}$ , d)  $\arctan x^2$ .

**Aufgabe 7.6** Bestimmen Sie alle lokale Extrema (mit Extrempunkten!)

- |                       |                         |
|-----------------------|-------------------------|
| a) $f(x) = x^3 - x$ , | c) $f(x) = x \ln x$ ,   |
| b) $f(x) =  x - 1 $ , | d) $f(x) = xe^{-x^2}$ . |

**Aufgabe 7.7** Finden Sie das Maximum und das Minimum der Funktion  $f$  auf dem Intervall  $I$ .

- a)  $f(x) = \sin x^2$ ,  $I = [0, \sqrt{\pi}]$ ,  
b)  $f(x) = \ln \cos x$ ,  $I = (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ ,  
c)  $f(x) = x^4 - 2x^2$ ,  $I = [-1, 5]$ ,  
d)  $f(x) = (x - 5)e^x$ ,  $I = [-5, 5]$ .

**Aufgabe# 7.8** Untersuchen Sie auf lokale Extrema:

$$f(x) = \sqrt[3]{(x-1)(x-2)^2}.$$

**Aufgabe# 7.9** Untersuchen Sie auf lokale Extrema, bestimmen Sie den minimalen und den maximalen Wert auf  $[a, b]$ :

- a)  $f(x) = (x - 3)^2 e^{|x|}$ ,  $[a, b] = [-1, 4]$ ,  
b)  $f(x) = \begin{cases} -x^2, & x \leq 0 \\ 2ex \ln x, & x > 0 \end{cases}$ ,  $[a, b] = [-1, 2]$ .